Semaine des Mathématiques

Du 17 au 21 mars 2014

Document d'accompagnement

3. Un bassin pas si romantique *(Géométrie)*

Domaine : Géométrie

Objectif(s) possibles :

- ✓ Savoir s'organiser et coopérer dans un groupe pour résoudre un problème.
- ✓ Elaborer et exécuter une procédure par essais-erreurs afin de résoudre un problème de géométrie en s'appuyant notamment sur le tracé à main levée.
- ✓ Apprécier et justifier la vraisemblance de son résultat.
- ✓ Formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement.
- ✓ Proposer des conjectures et les vérifier et savoir les utiliser.
- ✓ Savoir décomposer une figure en figures simples.

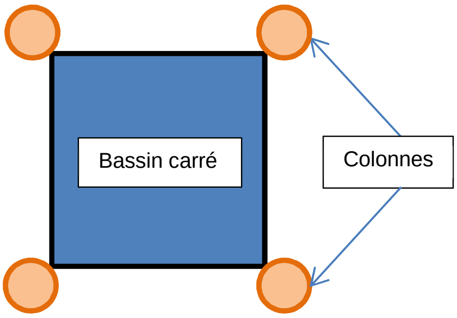
Texte de l'énigme :

Juliette demande à son mari d'agrandir le bassin de son atrium tétrastyle datant de la Rome antique (cour intérieure contenant un bassin en son centre et dont le toit est supporté par quatre colonnes).

Elle souhaite avoir le plus grand bassin carré possible dans son atrium.
Les colonnes ne peuvent évidemment être ni déplacées, ni enlevées, ni immergées dans le bassin.

Pour faire plaisir à son épouse, Roméo est prêt à tout et commence sa réflexion à partir du croquis suivant :

Croquis de l'atrium en vue de dessus :



Colonnes en maçonnerie dans l'atrium tétrastyle d'une demeure privée à Paestum (Italie). Elles sont faites de briques et leur épiderme, recouvert de stuc, créait l'illusion du marbre.
(Cliché G. Coulon)

Quelle surface peut avoir le nouveau bassin par rapport à la surface du bassin d'origine ?
Expliquez votre réponse à l'aide d'un dessin.

Matériel : énigme projetée au vidéo projecteur (préférable pour les couleurs), écrite au tableau, affichée sur une grande affiche mais aussi distribuée aux élèves individuellement ou par groupe.

Démarche possible :

L'enseignant ne doit donner aucune indication de compréhension excepté les mots qui ne seraient pas compris par les élèves et seulement sur leur demande.

Il est possible réaliser une maquette avec des objets de la classe pour comprendre et visualiser le dispositif des colonnes par rapport au bassin.

1) Les élèves prennent connaissance individuellement de l'énigme.
2) Ils la résolvent en binôme ou en groupe.
3) L'enseignant organise une mise en commun de l'état d'avancée de la recherche, des résultats et procédures. Les affiches-démarches seront présentées en même temps au tableau ce qui ouvrira à de nombreuses discussions afin de valider ou non les propositions des élèves. Il est possible que personne n'ait trouvé de solution avant la mise en commun. Cette dernière phase sera alors l'occasion de trouver de nouvelles pistes pour une éventuelle séance ultérieure.

Pour faciliter le raisonnement, la phase de mise en commun et la visualisation des différents carrés qui peuvent prendre place entre les colonnes, il est possible d'utiliser le vidéoprojecteur et le fichier utilisable sous géogébra (téléchargeable gratuitement). Ce logiciel de géométrie dynamique permet alors de se rendre compte de la position des sommets du nouveau carré et donc de visualiser le rapport de taille avec le bassin d'origine et surtout la manière de le construire.

<u>Solutions possibles :</u>

Il sera intéressant de remarquer ces quelques points :

- Pour que le carré soit le plus grand possible il faut que les colonnes soient sur les bords du nouveau bassin.
- Plus les sommets du carré, représentant le nouveau bassin, se rapprochent des médiatrices des côtés du bassin d'origine et plus le nouveau bassin est grand.
- En traçant les diagonales du carré du bassin d'origine on voit apparaître la forme indispensable pour l'agrandir.
- Le découpage du bassin le plus grand en 8 triangles rectangle identiques permet de répondre et de justifier la réponse.
- L'utilisation de Géogébra (logiciel gratuit de géométrie dynamique) permet de visualiser en continue la déformation du nouveau bassin et aide la recherche de l'optimisation de sa taille.

Réponse :

Le plus grand bassin a une surface 2 fois plus grande que la surface du bassin d'origine.

En découpant le carré de départ selon ses diagonales, on voit la forme des extensions qu'il faut creuser sur les côtés du bassin d'origine pour obtenir le nouveau bassin.

En prenant un de ces triangles rectangles comme unité d'aire, le bassin d'origine mesure 4 unités d'aire et le nouveau bassin mesure 8 unités d'aire. Le nouveau bassin est donc bien 2 fois plus grand que le bassin d'origine. La preuve que la surface est optimisée pour un tel carré n'est pas demandée. L'optimisation peut être perçue lors de la manipulation de Géogébra ou par essai successif en traçant des carrés respectant les conditions de Juliette.