Mathématiques - Hors les murs

Le pavage

<u>Quelques éléments de connaissances</u>

Les origines des pavés

Les premiers pavés remontent à l'Antiquité, une époque où les civilisations, notamment romaine et grecque, développaient des réseaux routiers complexes. Les Romains, en particulier, ont fait des routes pavées un pilier de leur empire, facilitant le commerce, la mobilité des troupes et la diffusion de la culture romaine. La Via Appia, l'une des routes les plus célèbres de l'Empire romain, était pavée de larges pierres plates, encore visibles aujourd'hui. Ces pavés, taillés dans des pierres locales comme le basalte ou le granit, étaient pensés pour durer et résister aux intempéries, symbolisant la solidité et la pérennité de l'empire.

Durant le Moyen Âge, le pavage des rues se démocratise dans les villes européennes. Les centres urbains, en pleine expansion, voient l'apparition des rues pavées pour faciliter la circulation des charrettes et éviter les inondations dues à des sols boueux. À cette époque, les pavés étaient souvent plus petits et irréguliers, mais ils répondaient déjà aux besoins fonctionnels et esthétiques des villes médiévales.

Avec l'avènement de la Renaissance et des siècles qui suivent, l'urbanisation rapide de l'Europe entraîne un besoin accru de routes pavées. Les pavés deviennent plus standardisés, et des techniques de taille plus précises voient le jour, permettant de créer des surfaces lisses et régulières. La France, tout particulièrement, joue un rôle pionnier dans la pose de pavés dans ses grandes villes comme Paris, qui au XIXe siècle, voit ses rues entièrement transformées sous la direction du baron Haussmann. Les pavés de granit, souvent extraits des carrières bretonnes ou de Bourgogne, recouvrent les boulevards parisiens, devenant emblématiques de l'élégance et de la durabilité de la capitale.

Pavage d'un trottoir en 2024

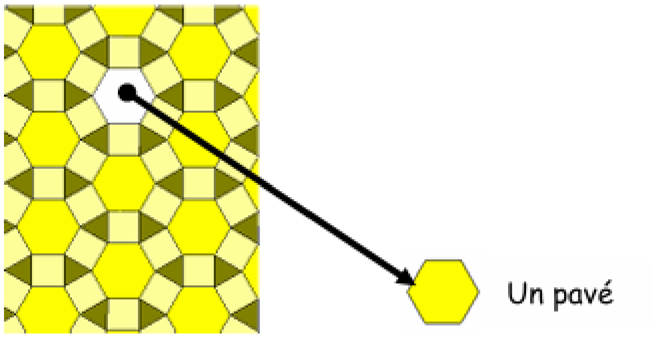
Place de l'hôtel de ville à Roanne

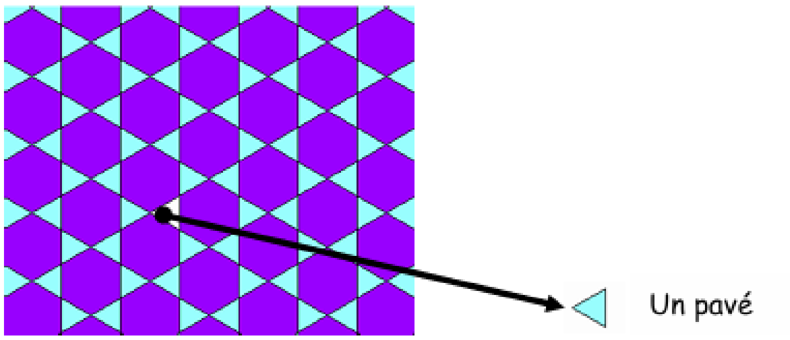
https://www.art-du-pavage.com/chantiers-publics.html

Cycle 3 - Pavage de surfaces

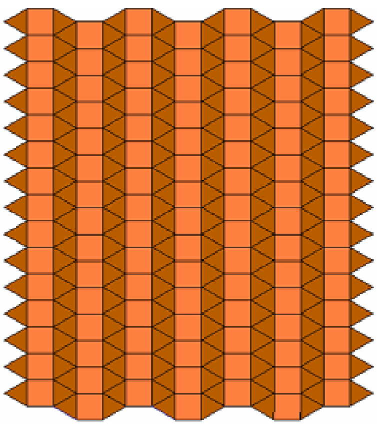
Le pavage en mathématiques

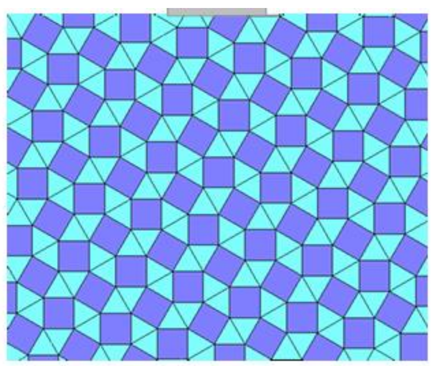
Un pavage du plan euclidien est une famille d’ensembles, appelés pavés, qui couvrent le plan sans trou ni chevauchement





Des pavages constitués des mêmes types de pavés ne sont pas forcément égaux…





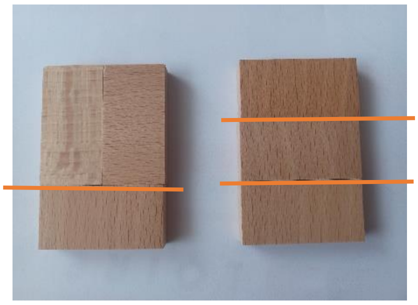
Construction d’un pavage avec des dominos

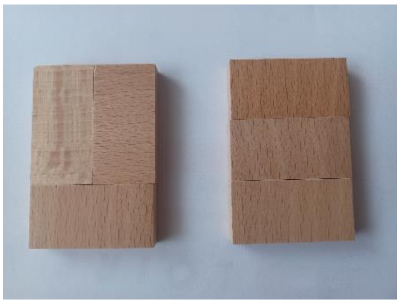
Problème de recherche en cycle 3

Organiser ses recherches. Garder trace des essais

- **Classe entière**

Observation : **Dans la construction suivante… Chaque grand rectangle est sécable en plusieurs car au moins une ligne droite traversant d’un côté à un autre vient couper le rectangle.**





- **Par deux.**

Le travail peut être réalisé avec des dominos ou à partir d’un support feuille à petits carreaux 5x5, chaque domino tracé étant représenté par un rectangle de deux petits carreaux.

Consigne : **Paver un rectangle avec des dominos sans qu’il n’y ait de ligne(s) traversant d’un côté à un autre qui le coupent en d’autres plus petits.**

- **Rechercher toutes les solutions possibles.**

1. Les élèves ont un premier temps d’expérimentation libre.

Ensuite l’enseignant peut amener parmi les rectangles réalisés à observer les points communs qui font qu’ils peuvent être pavés par des dominos… (sans qu’il n’y ait la contrainte des lignes traversant d’un côté à un autre qui partagent le grand rectangle en d’autres plus petits).

On observe que :

Si les rectangles ont des côtés pairs : L’aire sera donc N pair X N’pair = N’’pair et donc N’’ divisible par deux. Le pavage peut être réalisé avec des dominos rectangulaires, composés chacun de deux carrés. On considère qu’un domino a une largeur de 1 et une longueur de 2. La longueur étant le double de la largeur.

Si les rectangles ont un côté pair, un côté impair… L’aire sera un nombre pair. Le pavage peut être réalisé.

Si les rectangles ont deux côtés impairs. L’aire sera un nombre impair. Le pavage avec des dominos ne peut être réalisé.

2. A partir de cette première analyse, les élèves reprennent leur recherche. De manière à accompagner les essais à réaliser, la table de Pythagore peut être donnée comme outil.

- Quel est le rectangle le plus petit avec des côtés impairs et pairs que l'on puisse réaliser respectant la consigne qu'il n'y ait pas de ligne traversant d'un côté à un autre ?

- Comment peut-on agrandir ce rectangle, en respectant le fait qu'il n'y ait pas de ligne traversant qui le coupe en d'autres plus petits ?

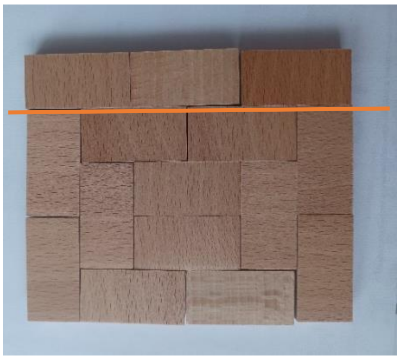
  L'agrandissement doit intervenir par le milieu. A défaut, le grand rectangle est sécable en d'autres plus petits.

- Quel est le rectangle le plus petit avec des côtés pairs que l'on puisse réaliser respectant la consigne qu'il n'y ait pas de ligne traversant d'un côté à un autre ?

Après les recherches…

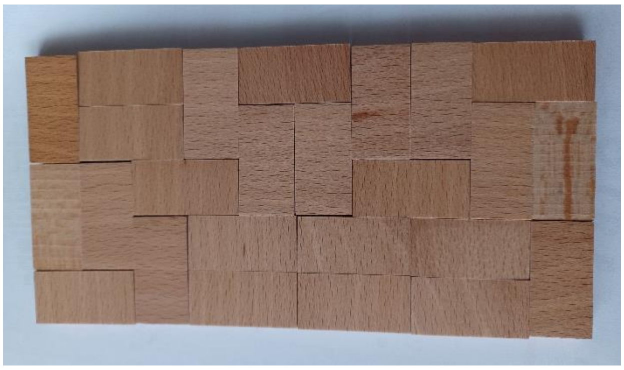
- ***Rectangle de 5 x 6, le plus petit rectangle possible avec des côtés impairs sans qu'aucune ligne traversante ne le coupe de part et d'autre en d'autres plus petits.***

- ***Rectangle de 5 x 6, qui ne fonctionne pas***



- ***Agrandissement du rectangle de 5 x 6 en un rectangle de 5 x 8***

- ***Agrandissement du rectangle de 5 x 6 en un rectangle de 5 x 10***



- ***Rectangle de 8 x 6, le plus petit rectangle possible avec des côtés pairs sans qu'aucune ligne traversante ne le coupe de part et d'autre en d'autres plus petits.***